

Ecuaciones Diferenciales II Examen IX

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen IX

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2022/2023.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Segunda prueba de clase.

Fecha 31 de Mayo de 2023.

Ejercicio 1. ¿Existe una sucesión de funciones $\{f_n\}_{n \geq 1}$, $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, que sea equicontinua y uniformemente acotada pero que no converja puntualmente?

Ejercicio 2. Se considera el problema de valores iniciales

$$\ddot{x} + \sin x = 0, \quad x(0) = \varepsilon, \quad \dot{x}(0) = 0$$

y se denota por $x(t, \varepsilon)$ a la solución. Calcula, si existe, $\frac{\partial x}{\partial \varepsilon}(t, \pi)$.

Ejercicio 3. La solución del sistema

$$\dot{x} = y^2, \quad \dot{y} = x - 1, \quad x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0$$

se denota por $(x(t; x_0, y_0), y(t; x_0, y_0))$. Calcula $\frac{\partial x}{\partial y_0}(2; 1, 0)$.

Ejercicio 4. Para cada $n \geq 1$ se denota por $x_n(t)$ a la solución del problema de valores iniciales

$$\dot{x} = \frac{\sin(nx)}{n}, \quad x(0) = 2.$$

Para cada $t \in \mathbb{R}$ calcula, si existe, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(t)$.

Ejercicio 5. Se define la sucesión de funciones $\{f_n\}_{n \geq 0}$, $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, por el procedimiento iterativo

$$f_0(t) = -1, \quad f_{n+1}(t) = 2 + \int_0^t \cos(f_n(s)) ds, \quad t \in [0, 1].$$

Demuestra que esta sucesión converge uniformemente en $[0, 1]$.